

Significados institucionales y personales de los objetos matemáticos puestos en juego en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática

Martínez Angélica

Universidad Pedagógica Experimental Libertador de Maracay
marioarrieche@hotmail.com
Venezuela

Arrieche Mario

Universidad Pedagógica Experimental Libertador de Maracay
marioarrieche@hotmail.com
Venezuela

Fecha de recepción: 20-02-2014 Fecha de aceptación: 13-03-2014

Resumen

El significado que los profesores y los estudiantes le asignan a los distintos objetos matemáticos puestos en juego en cada contexto de estudio; puede ser factor influyente en la intensificación de la problemática existente en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en todos los niveles educativos del país. Ante esta situación, esta investigación tiene como objetivo identificar, describir, explicar, interpretar y analizar los significados institucionales y personales de los objetos matemáticos

puestos en juego en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Para lograr el objetivo planteado se estimará la clasificación en el marco del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS), donde se tienen: los significados institucionales, los significados personales; además del uso de otras nociones. Desde el punto de vista metodológico, se combinará el estudio documental y cualitativo en la faceta epistemológica de la investigación; para la faceta instruccional se considerará el estudio de casos de experiencias de enseñanza seguido

por los criterios derivados del análisis semiótico; mientras para la faceta cognitiva, se tendrá un enfoque cuantitativo y experimental combinado con un enfoque cualitativo e interpretativo, siendo la encuesta la técnica a aplicar. Cabe destacar que esta investigación se encuentra en fase de ejecución y está acreditado en el Programa de Estímulo a la Innovación e Investigación (PEII).

Palabras clave: Enfoque ontosemiótico; enseñanza de la matemática; cognición e instrucción matemática

Institutional and personal meanings of mathematical objects positions in play in the teaching process and learning of mathematics

Abstract

The meaning that teachers and students assign to the different mathematical objects put into play in each study context; It can be an influential factor in the intensification of the existing problem in the teaching and learning of mathematics at all educational levels of the country. Given this situation, this research aims to identify, describe, explain, interpret and analyze the institutional and personal meanings of the mathematical objects put into play in the teaching and learning processes of mathematics. In order to achieve the objective, the classification will

be estimated within the framework of the ontosemiotic approach of cognition and mathematical instruction (EOS), where the following are: institutional meanings, personal meanings; besides the use of other notions. From the methodological point of view, the documentary and qualitative study will be combined in the epistemological facet of the research; for the instructional facet, the study of cases of teaching experiences followed by the criteria derived from the semiotic analysis will be considered; while for the cognitive facet, there will be a quantitative and experimental approach combined with a qualitative and interpretative

approach, the survey being the technique to be applied. It should be noted that this research is in the execution phase and is accredited in the Innovation and Research Stimulus Program (PEII), where the expected educational contributions, by implementing new technologies and resources, and by reflexively analyzing possible curricular, instructional improvements and didactics, they will be powerful.

Key words: Ontosemiotic approach; teaching of mathematics; cognition and mathematical instruction

Introducción

La pregunta inicial que motivó esta investigación fue ¿Qué significados institucionales y personales se le pueden atribuir a los objetos matemáticos puestos en juego en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática de los diferentes niveles del Sistema Educativo Venezolano? En relación a esta pregunta, se considera que el significado dado por los profesores y los estudiantes a los distintos objetos matemáticos puestos en juego en el contexto de estudio en el que están inmersos, es uno de los factores, que puede influir en la intensificación de la problemática existente en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en todos los niveles educativos del país, siendo un problema didáctico abierto y de interés para abordar en esta investigación, confiando que los aportes serán significativamente positivos dada la situación actual.

Es de hacer notar, que en este trabajo se especifica que el significado que los profesores, los libros de texto y los estudiantes le atribuyen a un determinado objeto matemático no es sólo la definición de su concepto, sino que también involucra los ejemplos, los tipos de problemas, las notaciones, las propiedades y las demostraciones de los teoremas referidos a dicho objeto. En este sentido, es de interés explicar, describir y analizar los significados que poseen los profesores de matemática, cómo los transmiten, los que están propuestos en los libros de texto y en los currículos y los que efectivamente

son usados en las evaluaciones que realizan a sus estudiantes; los cuales se definen como significados institucionales.

Por otra parte, se agrega a esta lista los significados que los estudiantes manifiestan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático, considerando cómo aprenden, las dificultades que presentan y los errores cometidos; a tales significados se denominan significados personales.

Esta investigación permitirá responder sistemáticamente las interrogantes que son formuladas según tres dimensiones o categorías: epistemológica, cognitiva e instruccional (Godino, 1999; Arrieche, 2002, Capace, 2008).

Generalmente la noción de significado es utilizada informalmente en los estudioididácticos relacionados con la matemática, la cual constituye un tema central de mucha discusión en Filosofía, Semiótica, Lógica, Sociología, Pedagogía y en otras disciplinas interesadas en estudiar el conocimiento humano (Godino, 1994). Además, la investigación actual, en Didáctica de la Matemática, toma en cuenta el análisis de esta noción para abordar el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta asignatura en cualquiera de los niveles educativos existentes.

En tal sentido, se considera necesario el desarrollo de esta investigación porque al poner en funcionamiento el modelo semiótico

co-antropológico para la investigación en Didáctica de la Matemática, conocido actualmente como enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (Godino, 2003) y usado en sus investigaciones por Arrieche (2010), Alvarenga (2010), Álcocer (2009), Capace (2008), Arrieche (2002), Tauber (2001), Roa (2000), Font (2000), y Recio (1999), respectivamente, permitirá conocer toda la riqueza contenida en relación a los significados institucionales y personales de los objetos matemáticos inmersos en el currículo de los diferentes niveles de nuestro Sistema Educativo Venezolano.

También se considera como un valioso aporte de este estudio, el planteamiento de otros subproblemas generados de éste, tales como la identificación y análisis de los significados transmitidos por un profesor, los utilizados para evaluar a los estudiantes, los encontrados en un libro de texto, los manifestados por los estudiantes después de un proceso de estudio, entre otros.

Cabe destacar que la realización de esta investigación induce a realizar una descripción sistemática del tipo de errores cometidos por los estudiantes en el aprendizaje de los contenidos matemáticos que conforman los diferentes programas de los niveles educativos considerados. Además, un número considerable de los subproblemas que se generen de la misma, se convertirán en el trabajo de grado y tesis doctorales de algunos estudiantes de Maestrías en Enseñanza de la Matemática y Doc-

torado en Educación de algunas Universidades del país, tales como Universidad Pedagógica Experimental Libertador- Maracay (UPEL-Maracay), Universidad Nacional Experimental Francisco de Miranda (UNEFM), la Universidad de Carabobo (UC), Universidad Nacional Experimental Rómulo Gallegos (UNERG), entre otras.

Godino (1999) considera que la investigación didáctica debe hacer esfuerzos para poner en relación y articular las diversas facetas que se ponen en juego en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el seno de los sistemas didácticos. Entre estas facetas se identifican las siguientes: epistemológica (la naturaleza del contenido matemático); cognitiva (procesos de comprensión de los estudiantes; dificultades y obstáculos), e instruccional (procesos de enseñanza y aprendizaje en contextos escolares, currículo y procesos de estudio). Con base a esto, serán descritas, las nociones teóricas que se usarán en el estudio de las tres dimensiones mencionadas, desarrolladas en el modelo teórico propuesto por autores, que lo consideran como un enfoque semiótico-antropológico a la investigación en didáctica de las matemáticas (Godino y Batanero, 1994; Godino y Batanero, 1997).

Entre las nociones básicas que proponen los autores citados para el análisis didáctico están las de “significado institucional y personal de un objeto matemático”. Tales significados se conciben como los sistemas

de prácticas (operativas y discursivas) realizadas por una persona (o en el seno de una institución) para resolver un campo de problemas matemáticos.

Godino (2003) complementa la información sobre los significados institucionales y personales con una clasificación de los mismos. Para los significados institucionales se mencionan cuatro tipos: “Significados de referencia, pretendido, implementado y evaluado” (Godino, 2003, p.10). Los significados de referencia son aquellos que están presentes en los libros de textos y que los expertos consideran que poseen el tipo de prácticas correspondientes al objeto matemático en estudio. Dichos significados son normalmente utilizados por los docentes al preparar la planificación de su clase, éstos le ayudan a ordenar y discriminar entre los aspectos que conforman el contenido del tema a enseñar, tomando en cuenta las características del proceso. Los significados pretendidos son aquellos que están involucrados en la planificación de las actividades (sistemas de prácticas) que permitan al estudiante alcanzar el conocimiento del objeto matemático.

Los implementados sirven de referencia para el estudio de los estudiantes y la planificación de las evaluaciones. Los significados evaluados son los que son considerados por el docente al seleccionar las tareas y al construir pruebas, cuestionarios, entre otros.

Los significados personales son clasificados en: “global, declarado

y logrado” (Godino, 2003). Los significados globales se refieren a todas las experiencias incluidas dentro de un sistema de prácticas, expresadas efectivamente por el educando sobre un contenido matemático. Los declarados proporcionan información sobre las prácticas referidas a la evaluación propuesta. Los significados logrados son aquellos que se manifiestan en las prácticas y que están de acuerdo con las pautas institucionales.

Los sistemas de prácticas que una institución considera apropiados para resolver un tipo de tareas son denominados por Chevallard et al., (1997) una praxeología matemática, noción que se puede asimilar con la que Godino y Batanero (1997) denominan “significado institucional de un objeto matemático”. La interpretación de las praxeologías como significados de los objetos matemáticos (teorías, contenidos u organizaciones matemáticas) supone la adopción de una epistemología de tipo pragmática y relativista (en consonancia con la filosofía de las matemáticas de Wittgenstein).

La noción de praxeología constituye una herramienta potente para analizar la variedad de significados atribuidos a las expresiones “teoría de conjuntos” y “número natural”. Para seleccionar los aspectos de la teoría de conjuntos viables en un nivel y contexto educativo es necesario disponer de las diversas posibilidades e identificar sus elementos constituyentes, así como tener en cuenta las relaciones ecológicas entre los

objetos matemáticos (Godino, 1993).

Por otra parte, para describir y explicar los logros y dificultades de los estudiantes se deben analizar con suficiente detalle el proceso de estudio, los patrones de interacción docente-discente a lo largo del proceso, así como la trama compleja de objetos y relaciones que constituyen el conocimiento pretendido. Con dicho fin las nociones de “praxeología didáctica” y “función semiótica” pueden ser herramientas conceptuales útiles.

La noción de praxeología didáctica [Chevallard, (1997)] se corresponde con la de praxeología matemática, pero en este caso el componente praxémico se refiere a las tareas del profesor y del estudiante, las técnicas de estudio, y de ayuda al estudio. Para el profesor, en el momento de la planificación de la enseñanza, se trata de diseñar una praxeología matemática viable y en el momento de la realización de la instrucción se trata de decidir y aplicar las técnicas de ayuda al estudio mejor adaptadas.

Un aspecto integrante de la praxeología didáctica es la distribución en el tiempo de las diversas funciones docentes y discentes en conjunción con los distintos componentes de las praxeologías matemáticas. Se necesita describir el diálogo efectivamente ocurrido entre profesor y estudiante a propósito de cada componente del saber matemático, o prever posibles alternativas para tales diálogos e interacciones. Los distintos elementos que componen la

praxeología matemática escolar deberán ser abordados por el docente y discente de acuerdo con patrones de interacción definidos y distribuidos en el tiempo, lo que constituye una trayectoria didáctica.

Otro concepto a tratar bajo el enfoque ontosemiótico, es considerar como objeto o entidad matemática “todo aquello que puede ser indicado, todo lo que puede señalarse o a lo cual puede hacerse referencia, cuando hacemos, comunicamos o aprendemos matemáticas” (Godino, 2001). Para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se considera necesario explicitar los distintos tipos de objetos mediante los cuales describir la actividad matemática y los productos resultantes de la misma.

Godino (2001) propone los siguientes tipos de entidades:

- Lenguaje (términos, expresiones, notaciones, gráficos). En un texto vienen dados en forma escrita o gráfica pero en el trabajo matemático pueden usarse otros registros (oral, gestual). Mediante el lenguaje (ordinario y específico matemático) se describen otros objetos no lingüísticos.
- Situaciones (problemas más o menos abiertos, aplicaciones extramatemáticas o intramatemáticas, ejercicios); son las tareas que inducen la actividad matemática.
- Acciones del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, procedimientos).

- Conceptos, dados mediante definiciones o descripciones (número, punto, recta, media, función)
- Propiedades o atributos de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados o proposiciones.
- Argumentaciones que se usan para validar y explicar las proposiciones (sean deductivas o de otro tipo).

Estos seis tipos de objetos que se ponen en juego en la actividad matemática, son los constituyentes primarios de otros objetos más complejos u organizaciones matemáticas, como los sistemas conceptuales, teorías, entre otros.

Las entidades lingüísticas tienen un papel representacional, se ponen en lugar de las restantes, y también instrumental, o sea deben contemplarse además como instrumentos de la actividad matemática. Aunque mucha actividad matemática es mental, poco podríamos avanzar en el trabajo matemático si no tuviéramos el recurso de la escritura, la palabra y los restantes registros materiales.

Las situaciones-problemas matemáticas son las promotoras y contextualizadoras de la actividad matemática, y junto con las acciones (algoritmos, operaciones, procedimientos) constituyen el componente práctico de las matemáticas, la acción dirigida a un fin. Parece apropiado describir a estos dos componentes (situaciones-problemas y acciones) como praxis, según propone Chevallard (1997).

Los otros tres componentes (conceptos-definiciones, proposiciones, argumentaciones) desempeñan un papel normativo en las matemáticas. Son el resultado de una actividad reflexiva y regulativa de la praxis; conjuntamente se pueden describir como los componentes teóricos o discursivos (logos).

Este agrupamiento de las entidades matemáticas en praxis y logos no quiere decir que entre dichos componentes no existan relaciones de interdependencia. El lenguaje está presente de manera intrínseca y constitutiva tanto en la praxis como en el logos; el logos encuentra su razón de ser en la praxis y ésta se desarrolla y rige por el logos.

Las entidades matemáticas, según el juego de lenguaje en que participan, pueden ser consideradas desde las siguientes facetas o dimensiones duales: ostensiva – no ostensiva, concreta – abstracta, elemental – sistémica, expresión - contenido, personal – institucional.

Finalmente, la noción de función semiótica pretende tener en cuenta la naturaleza esencialmente relacional de la actividad matemática y de los procesos de difusión del conocimiento matemático. Se dice que se establece una función semiótica entre dos entidades (ostensivas o no ostensivas) cuando entre ambas se establece una dependencia representacional o instrumental, esto es, una de ellas se “pone en lugar de la otra”, o una de ellas “es usada por la otra”. Esta noción permite formular en términos semióticos, y de una manera

general y flexible el conocimiento matemático y explicar en términos de conflictos semióticos las dificultades y errores de los estudiantes.

El objetivo general de esta investigación consiste en identificar, describir, explicar, interpretar y analizar los significados institucionales y personales de los objetos matemáticos puestos en juego en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Para lograr esta meta se utilizará la clasificación realizada por Godino (2003), en el marco del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS), de los significados institucionales en significados institucionales de referencia, pretendidos, implementados y evaluados; y de los significados personales en globales, declarados y logrados; además del uso de otras nociones de este enfoque, tales como: Configuraciones didácticas (epistémicas y cognitivas), Idoneidad didáctica, criterios de idoneidad didáctica (Epistémica, cognitiva, mediacional, interaccional, emocional y ecológica). Los objetivos específicos se enumeran a continuación: a) Determinar el significado institucional de referencia de los objetos matemáticos contenidos en el currículo de los diferentes niveles del Sistema Educativo Venezolano; b) Determinar, a través del análisis de libros de textos, el significado institucional pretendido que se quiere enseñar en cualquiera de las instituciones escolares existentes en el país; c) Analizar el significado institucional implementado de un objeto matemático en un grupo de estudiantes de los nive-

les educativos existentes; d) Analizar el significado personal declarado por los alumnos tras un proceso de estudio de temas matemáticos contenidos en los niveles educativos existentes; e) Evaluar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática mediante los criterios de Idoneidad didáctica; f) Caracterizar las configuraciones epistémicas y cognitivas de los objetos matemáticos puestos en juego de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Materiales y Métodos

La naturaleza del problema considerado conduce a un paradigma metodológico de tipo mixto entre métodos cualitativos y cuantitativos (Goetz y Lecompte, 1988). En tal sentido, se combina el estudio documental y cualitativo en la faceta epistemológica de la investigación con diversas técnicas y enfoques en la parte instruccional y cognitiva.

Las cuestiones relativas a la faceta instruccional se enfocan mediante el estudio de casos de experiencias de enseñanza diseñadas con criterios derivados del análisis semiótico y de los estudios cognitivos previos. Aquí el método de observación desempeñará un papel relevante.

Con el objeto de caracterizar las praxeologías matemáticas construidas por el profesor en la enseñanza de los objetos matemáticos en los diferentes niveles educativos, se tendrá como técnica la observación no participante de las clases correspondientes, dado que se requiere registrar de

forma fiel el desarrollo de la clase del tema enseñado, con el propósito de analizar el texto correspondiente, utilizando la técnica del análisis “semiótico” descrita por Godino (2001) como aquella que permite caracterizar tanto los significados sistémicos (praxeológicos) de un objeto matemático como los significados elementales puestos en juego en un acto de comunicación matemática.

Entonces, se entenderá como análisis semiótico de un texto matemático, a su descomposición en unidades, la identificación de las entidades puestas en juego y las funciones semióticas que se establecen entre los mismos por parte de los distintos sujetos. El análisis semiótico será pues la indagación sistemática de los significados (contenidos de las funciones semióticas) puestos en juego a partir de la transcripción del proceso, y de cada una de las partes en que se puede descomponer dicho texto, para una interpretación potencial (análisis a priori). Cuando el texto corresponde al protocolo de respuestas de los sujetos en interacciones efectivas el análisis permitirá caracterizar los significados personales atribuidos de hecho por los emisores de las expresiones (análisis a posteriori). En ambos casos se pueden confrontar con los significados institucionales de referencia, lo que permite formular hipótesis sobre conflictos semióticos potenciales y contrastarlos con los efectivamente ocurridos.

Para aplicar esta técnica se requiere disponer de los textos con la planificación del proceso instruccio-

nal, transcripciones del desarrollo de las clases, entrevistas y respuestas escritas a las pruebas de evaluación aplicadas. En definitiva, el análisis se aplicará a un texto que registra la actividad matemática desarrollada por los sujetos participantes. El análisis se basará en descomponer el texto en unidades, que denominaremos semióticas. El criterio para definir las unidades de análisis será el cambio de elemento de significado, esto es, cuando se cambia de problema a estudiar dentro del campo de problemas considerado, se pasa del enunciado del problema al desarrollo de una técnica, el empleo de una notación, al uso o identificación de una propiedad, o a la descripción, sistematización y validación de las soluciones.

Finalmente, tanto para la faceta cognitiva como para los criterios de idoneidad, referida a los significados personales de los estudiantes, se tendrá un enfoque cuantitativo y experimental combinado con un enfoque cualitativo e interpretativo, siendo la encuesta la técnica a aplicar, por medio de la cual se obtendrá la información a través de preguntas realizadas a estudiantes, a través de instrumentos como: el cuestionario, la escala, la prueba de conocimientos y los test. En tanto, las preguntas serán de tipo abierto, ya que “permiten mayor libertad de expresión y estimulan la abundancia y la profundidad de la respuesta” (Hurtado de Barrera, 1998), de tal manera que el estudiante podrá definir conceptos, resolver problemas, argumentar procesos, analizar resultados, realizar gráficas

y determinar la falsedad o verdad de algunas preguntas.

Conclusiones preliminares

Esta investigación por encontrarse en fase de ejecución, no ha sido culminado, por lo tanto, aún no se han podido generar conclusiones finales; sin embargo si puede decirse que permitirá describir el “significado institucional local” de los contenidos matemáticos a estudiar.

Ayudará a formular hipótesis sobre puntos críticos de la interacción entre los diversos agentes en los cuales puede haber algunos vacíos de significación, o disparidad de interpretaciones que requieran procesos de negociación de significados y cambios en el proceso de estudio. También permitirá formular explicaciones plausibles de las dificultades de los estudiantes tras el proceso de estudio de los objetos matemáticos y ante todo verificará el impacto educativo al usar nuevas tecnologías y recursos didácticos diversos, que de alguna forma propiciarán el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Ante esto, se espera generar dos laboratorios de matemática, para ser usadas en las sedes de la UPEL Maracay y la UNEFM de Falcón, con la finalidad de atender a la población estudiantil de ambas entidades a través de servicios gratuitos para nivelar el aprendizaje de contenidos matemáticos. Los usuarios de dichos equipos, serán tanto estudiantes de pregrado como profesores de ambas instituciones, así como estudiantes

de otras instituciones locales que realicen talleres de nivelación.

Agradecimiento

Mil gracias al Gobierno de la República Bolivariana de Venezuela y al ONCTI por permitir y patrocinar este proyecto a través del PEII, con el cual se benefician tanto investigadores como la comunidad en general.

De igual forma, se agradece a quienes laboran tanto en el Instituto Pedagógico de Maracay como en la Universidad Experimental Francisco de Miranda de Falcón, por su asesoría, colaboración y apoyo incondicional para la consecución de este proyecto.

También especial gratitud a quienes son partícipes de esta investigación, los profesores y estudiantes de los diversos institutos educativos de nuestro país, por compartir su tiempo, sus experiencias y permitir evaluar su trabajo.

Referencias Bibliográficas

- Balacheff, N. (1990). Towards a "problématique" for research on mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21 (4): 259-272
- Brousseau, G. (1980). Address of members of the G.R.D.M. (France) at the ICME IV.
- Bruner, J. (1991). Actos de significado. Más allá de la revolución cognitiva. Madrid: Alianza. Col. Psicología menor.
- Chevallard, Y, Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: Horsori e ICE de la Universidad de Barcelona.
- Cohen, L.; Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Dummett, M. (1991). ¿Qué es una teoría del significado? En L.M. Valdés (Ed.) *La búsqueda del Significado*. Madrid: Tecnos [Original en inglés publicado en 1975]
- Godino, J. D. (2001). Un enfoque semiótico de la cognición matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, [en línea], de <http://www.ugr.es/local/jgodino/>
- Godino, J. D.; Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.
- Godino, J.D. (1999). Implicaciones metodológicas de un enfoque semióticoantropológico para la investigación en didáctica de las matemáticas. En T. Ortega (Ed.), *Actas del III Simposio de la SEIEM*. 196-212.
- Goetz, J.; Lecompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata. Shaum. Libros Mc Graw - Hill.
- González, F. (2003). *Educación Matemática*. Comunicación presentada en la I Jornada de investigación en Educación Matemática de la UPEL Maracay.
- Recherches en Didactique des Mathématiques. 2 (1):130-135
- Roa, R. (2000). *Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Sierpinska, A. (1990). Some remarks on understanding in mathematics. For the learnig of