

Optimización del trabajo y de la eficiencia energética en un ciclo mixto o de presión limitada

Optimization of work and energy efficiency in a mixed or limited pressure cycle

Manuel Malaver

Universidad Marítima del Caribe
Departamento de Ciencias Básicas
mmf.umc@gmail.com
Catia la Mar-Venezuela

Fecha de recepción: 05/03/2024
Fecha de aprobación: 25/03/2024

Resumen

En el presente trabajo se analizó la influencia de algunos parámetros termodinámicos como la relación de compresión, la relación de presiones, la relación de cierre de admisión y las temperaturas sobre el rendimiento térmico y el trabajo neto en el ciclo dual de aire estándar, que es un ciclo termodinámico de gran utilidad en el modelado de dispositivos cíclicos de producción de potencia. El estudio de las ecuaciones deducidas permite predecir las condiciones de operación que permiten maximizar el trabajo neto e incrementar la eficiencia del ciclo dual. Para valores fijos de las temperaturas máximas y mínimas del ciclo y de la relación de cierre de admisión, el trabajo neto aumenta con la relación de compresión del motor, alcanza un máximo y luego disminuye. El valor de la relación de compresión máxima dependerá de la relación de cierre de admisión, de la sustancia de trabajo y de las temperaturas máximas y mínimas.

Palabras clave:

Ciclo dual; relación de compresión; eficiencia térmica; producción de potencia ; trabajo neto; temperatura máxima ; temperatura mínima

Abstract

In the present work we analyzed the influence of some thermodynamic parameters such as compression ratio, pressure ratio, intake closure ratio and temperatures on thermal performance and net power in the standard dual air cycle, which is a highly useful thermodynamic cycle in the modeling of cyclic power production. The study of the equations deducted allows to predict the operating conditions that allow to maximize the net power and to increase the efficiency of the dual cycle. For fixed values of the maximum and minimum cycle temperatures and the intake close ratio, the net power increases with the engine compression ratio, reaches a maximum and then decreases. The value of the maximum compression ratio depends on the intake closure ratio, the working substance and the maximum and minimum temperatures.

Keywords:

Dual cycle; compression ratio; thermal efficiency; power production; net work ; maximum temperature; minimum temperature



Introducción

La termodinámica es la ciencia de la energía y presenta una gran importancia en el diseño y análisis de dispositivos y sistemas que funcionan a través de ciclos de potencia y refrigeración. En termodinámica se estudian fundamentalmente las transformaciones del calor en trabajo mecánico y de las transformaciones inversas del trabajo mecánico en calor.

La producción de potencia involucra innumerables aplicaciones de la termodinámica. La potencia puede generarse para la propulsión de automóviles, aviones o buques, para suministro de energía eléctrica, o para su aplicación directa para operar bombas, equipos de procesamiento de materiales y muchos otros dispositivos.

En termodinámica existen dos áreas fundamentales de aplicación, la generación de potencia y la refrigeración. Su estudio se hace a través de ciclos termodinámicos, entre los que se incluyen el ciclo de Carnot, Otto, Diesel, Dual, Rankine y Brayton (Cengel y Boles, 2012; Wark y Richards, 2001). Los modernos automóviles, camiones y turbinas de gas son ejemplos de aplicación altamente provechosa del análisis termodinámico.

Los ciclos termodinámicos se pueden clasificar en ciclos cerrados y abiertos. En los ciclos cerrados la sustancia de trabajo se regresa a su estado inicial al final del ciclo y debe recircularse. Los motores de combustión interna llamados también máquinas térmicas, funcionan de tal manera que los gases de combustión se escapan y se reemplazan por una nueva mezcla aire-combustible al terminar cada ciclo.

La operación estándar de los motores de combustión interna se realiza en el modo de presión limitada, o en el modo de volumen limitado (Wark y Richards, 2001). Las turbinas de gas son un ejemplo del primer modo mientras que los motores de combustión interna como el motor Otto y Diesel se diseñan para funcionar en el modo de volumen limitado (Cengel y Boles, 2012).

Los modelos elaborados en el contexto de la Termodinámica del Equilibrio son útiles en el sentido de proporcionar cotas máximas (o mínimas) de operación para diversas

variables de proceso, lo que queda muy bien ilustrado por el teorema de Carnot que establece una cota máxima para la eficiencia de máquinas térmicas operando entre dos depósitos térmicos de temperaturas fijas (Broatch *et al.*, 2019; Burghardt, 1984).

Los ciclos de potencia han sido objeto de valiosas idealizaciones que han sido útiles para el diseño (Cengel y Boles, 2012; Malaver, 2012; Wark y Richards, 2001; Curzon y Ahlborn, 1975; Chen *et al.*, 2020; Crespi *et al.*, 2020; Feidt y Costea, 2019; Liu y Karimi, 2019; Méndez *et al.*, 2019), aun cuando las plantas se desvían de estas simplificaciones porque máquinas y procesos reales son imperfectos y no se rigen fielmente por los esquemas ideales.

Es por esta razón que modelar un sistema que trate de reproducir la realidad constituye un reto para la ingeniería, siempre expuesta a discusiones por las suposiciones y aproximaciones que se incorporan (Merchán *et al.*, 2020 y Oh *et al.*, 2020). A pesar de las complejidades involucradas en el funcionamiento de estos dispositivos mecánicos, se puede simular la operación de tales máquinas mediante modelos comparativamente simples (Ponmurugan, 2019). Para hacer factible el estudio analítico de un ciclo, es necesario conservar las complejidades a un nivel manejable y utilizar algunas idealizaciones.

El análisis de los ciclos reales de los motores de combustión interna es complicado debido a la presencia de fenómenos e irreversibilidades como la fricción, la rapidez de los procesos de expansión-compresión que impiden establecer condiciones de equilibrio termodinámico y por los cambios de presión durante los procesos de adición y eliminación térmica; si se quiere hacer manejable el estudio de un ciclo se deben hacer algunas simplificaciones (Cengel y Boles, 2012). Cuando a un ciclo real se le eliminan todos los problemas internos complejos se obtiene un ciclo constituido por una secuencia de pasos reversibles. Un ciclo que cumple con estas condiciones recibe el nombre de ciclo ideal. Por lo general las conclusiones del análisis de ciclos ideales son aplicables a ciclos reales.

La ventaja de un modelo sencillo radica en el hecho de que los principales parámetros que gobiernan el ciclo se hacen más manejables desde el punto de vista físico al no considerar todas las complicaciones del proceso real y retener solo los detalles más relevantes, por lo que se pueden analizar la influencia de las variables más importantes que determinan el comportamiento de estos dispositivos (Zhu *et al.*, 2019). Puede ocurrir que los valores numéricos asociados a este modelo no sean exactamente representativos del proceso real pero esta forma de modelar es una herramienta esencial en el análisis de ingeniería, por lo que el análisis simplificado en los ciclos de potencia es de interés práctico y se puede utilizar como punto de partida para un estudio más amplio. Las idealizaciones y simplificaciones empleadas en el modelado de estos ciclos se pueden resumir de la siguiente manera (Cengel y Boles, 2012; Wark y Richards, 2001):

El ciclo no implica ninguna fricción, por lo que la sustancia de trabajo no experimenta ninguna reducción de presión cuando fluye en tuberías o dispositivos como los intercambiadores de calor. Todos los procesos de expansión y compresión se consideran como reversibles. La transferencia de calor en las tuberías que conectan a los diferentes componentes de un sistema es despreciable.

Ignorar los cambios en las energías cinética y potencial del fluido de trabajo es otra de las simplificaciones utilizadas en el análisis de ciclos de potencia, lo cual es muy razonable puesto que en dispositivos que incluyen trabajo del eje, como turbinas, compresores y bombas las velocidades de fluido encontradas en estos dispositivos por lo general son bajas y se mantienen más o menos constantes.

Con el propósito de contribuir al estudio y a un mejor conocimiento de los dispositivos cíclicos de producción de potencia, se ha propuesto en esta investigación, analizar la influencia de algunos parámetros termodinámicos sobre la eficiencia energética y el trabajo neto en máquinas de encendido de chispa y encendido por compresión consi-

derando la aproximación de ciclo mixto o de presión limitada también conocido como ciclo dual.

En este trabajo se estudia la funcionalidad que existe entre los parámetros termodinámicos como las temperaturas, la relación de compresión, la relación de cierre de admisión, la eficiencia térmica y el trabajo neto del ciclo dual. En las conclusiones se discuten los resultados obtenidos y se muestran algunas aplicaciones importantes de estos resultados.

Planteamiento del problema

El objetivo del presente trabajo es analizar la influencia de factores como las temperaturas, la relación de compresión, la relación de cierre de admisión, la eficiencia térmica y el trabajo neto en un ciclo mixto o de presión limitada.

En el motor de encendido por compresión o motor Diesel, el proceso de combustión se inicia por una elevación de la temperatura de la mezcla aire-combustible por encima de su temperatura de autoencendido debido a una compresión rápida, por lo que la mezcla se pone en ignición y ocurre la combustión tan rápidamente que el volumen permanece casi constante y la presión se eleva (Wark y Richards, 2001). Los productos de la combustión se expanden y la temperatura y la presión disminuye. Un enfoque más realista pero más complejo sería modelar el proceso de combustión, tanto en motores de gasolina y Diesel, como una combinación de dos procesos de transferencia de calor, uno a volumen constante y el otro a presión constante (Cengel y Boles, 2012). El ciclo basado en este concepto recibe el nombre de ciclo mixto o de presión limitada o ciclo dual y el diagrama P- V se representa en la Figura N° 1 (Wark y Richards, 2001). Se considera que el ciclo en estudio es un sistema cerrado y el aire está confinado en un dispositivo pistón-cilindro.

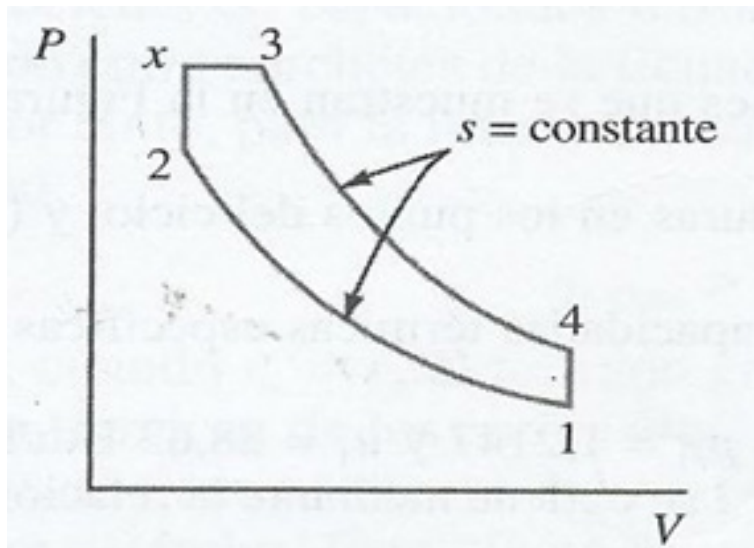
Con las suposiciones de aire estándar, el ciclo dual teórico (Wark y Richards, 2001; Cengel y Boles, 2012) se compone de los siguientes procesos reversibles (Figura N° 1):

1→2) Compresión isentrópica

2→x) Calentamiento a volumen constante

- x→3) Calentamiento a presión constante
- 3→4) Expansión isentrópica
- 4→1) Enfriamiento a volumen constante

Figura N° 5. Diagrama PV de un ciclo dual (Fuente: Wark y Richards,2001)



Fuente: Wark y Richards (2001)

Utilizando la convención de Wark y Richards (2001) que define el trabajo durante un proceso reversible como $W = -\int PdV$, el trabajo total hecho por el ciclo está dado por

$$W_{neto} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{x \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4}$$

Donde

$$W_{1 \rightarrow 2} = C_V(T_2 - T_1) \quad (2)$$

$$W_{x \rightarrow 3} = R(T_x - T_3) \quad (3)$$

$$W_{3 \rightarrow 4} = C_V(T_4 - T_3) \quad (4)$$

por lo que

$$W_{neto} = C_V(T_2 - T_1) + R(T_x - T_3) + C_V(T_4 - T_3) \quad (5)$$

El calor absorbido o la energía térmica del ciclo vendrá dada por

$$Q_{abs} = C_V(T_3 - T_2) + R(T_3 - T_x) \quad (6)$$

La expresión para la eficiencia térmica estará dada por:

$$\eta = -\frac{W_{neto}}{Q_{abs}} \quad (7)$$

reemplazando (5) y (6) en la expresión para la eficiencia térmica (7) queda que

$$\eta = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{(T_x - T_2) + \gamma(T_3 - T_x)} \quad (8)$$

Tomando en cuenta que $r = \frac{V_1}{V_2}$; $r_c = \frac{V_3}{V_x}$; $r_p = \frac{P_x}{P_2}$ el rendimiento del ciclo puede escribirse como

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \left[\frac{r_p r_c^\gamma - 1}{\gamma r_p (r_c - 1) + r_p - 1} \right] \quad (9)$$

donde r es la relación de compresión, r_c es la relación de cierre de admisión y r_p es la relación de presiones.

Metodología

Utilizando las suposiciones de aire estándar que permiten estudiar ciclos de potencia de gases, se analizó la influencia de la relación de compresión, relación de presiones, relación de cierre de admisión y temperatura máxima y mínima en la eficiencia y el trabajo neto en un ciclo dual de aire estándar. La temperatura al inicio del proceso de compresión era de 300 K. Se consideró que las capacidades caloríficas son constantes cuyos valores se determinan a temperatura ambiente, esto es, a 300 K.

Se puede expresar el trabajo neto dado por (28) en función de la relación de compresión y de la relación de cierre de admisión r_c del ciclo dual de la siguiente manera

$$W_{neto} = C_V T_1 \left[\left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) + \left(\frac{T_4}{T_1} - \frac{T_3}{T_1} \right) \right] + R(T_X - T_3) \quad (10)$$

Para el proceso 1→2 en un ciclo dual se tiene que

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \quad (11)$$

la ecuación (10) queda como

$$\frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{V_3}{V_x} \right)^{\gamma-1} r^{1-\gamma} \frac{T_3}{T_1} = r_c^{\gamma-1} r^{1-\gamma} \frac{T_3}{T_1} \quad (12)$$

El trabajo neto en un ciclo teórico dual se puede expresar en función de la relación de compresión del motor, la relación de cierre de admisión, la temperatura mínima T_1 y máxima del ciclo T_3 y del cociente γ de capacidades caloríficas.

y para el proceso 1→4

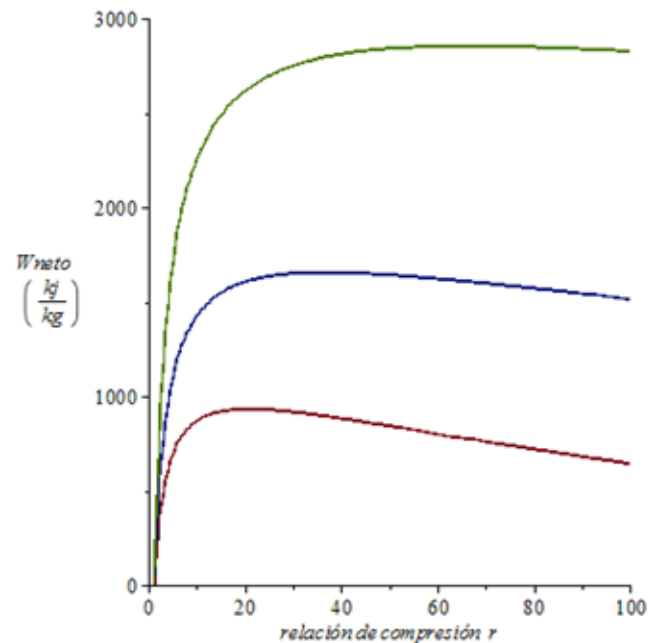
$$W_{neto} = C_V T_1 \left[\left(r^{\gamma-1} - 1 \right) + r_c^{\gamma-1} r^{1-\gamma} \frac{T_3}{T_1} - \frac{T_3}{T_1} \right] + R(T_X - T_3) \quad (13)$$

Para determinar la variación del trabajo neto con la relación de compresión se ha de considerar que la temperatura al inicio de la compresión isentrópica es 300 K y los valores de la temperatura máxima estarán comprendidos entre 1500 K y 3000 K. Las sustancias de trabajo elegidas fueron metano (CH₄), aire y helio (He), aire y helio (He) cada una con $\gamma_{CH_4}=1.299$, $\gamma_{aire}=1.4$ y $\gamma_{Helio}=1.667$.

Considerando que $T_1=300k$, $T_3=(1500-3000)k$, $\gamma_{CH_4}=1.299$, $C_v=1.7354$ kJ/Kg.k, $r_c=2$, la dependencia del trabajo neto con la relación de compresión se muestra en el Gráfico N° 1.

Gráfico N° 1. Trabajo neto (kJ/kg) vs relación de compresión r con $\gamma_{CH_4} = 1.299$ y $r_c = 2$.

Se ha considerado que: ■ $T_3/T_1=5$, ■ $T_3/T_1=7$, ■ $T_3/T_1=10$



En el Gráfico N° 2 se muestra que en el ciclo dual el trabajo neto aumenta a medida que aumenta la relación de compresión, alcanza un máximo que corresponde a un punto de trabajo óptimo del sistema y luego empieza a disminuir. Se puede entonces determinar una relación óptima de compresión para el ciclo dual correspondiente a un punto de trabajo máximo:

En el punto de trabajo máximo

$$\frac{dW_{neto}}{dr} = 0 \quad (14)$$

luego

$$\frac{dW_{neto}}{dr} = C_v T_1 \left[(\gamma - 1) r^{\gamma-2} + r_c^{\gamma-1} (1 - \gamma) r^{-\gamma} \frac{T_3}{T_1} \right] = 0 \quad (15)$$

por lo que

$$r_{opt} = \left(r_c^{\gamma-1} \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{1}{2(\gamma-1)}} \quad (16)$$

la relación de compresión es equivalente a

$$r = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{(\gamma-1)}} \quad (17)$$

y en el punto de trabajo máximo se tiene que:

$$\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{(\gamma-1)}} = \left(r_c^{\gamma-1} \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{1}{2(\gamma-1)}} \quad (18)$$

por lo que
$$T_2 = \sqrt{r_c^{\gamma-1} T_3 T_1} = r_c^{\frac{\gamma-1}{2}} \sqrt{T_3 T_1} \quad (19)$$

De acuerdo con (19) el máximo trabajo en un ciclo dual tiene lugar cuando la temperatura al final de la compresión 1→2 es igual a la relación de cierre de admisión del motor por la media geométrica de las temperaturas al final del calentamiento a presión constante y la temperatura de entrada al ciclo.

En el Gráfico N° 1 también se observa que un aumento de la temperatura máxima T_3 ocasiona que los valores de la relación de compresión para los que se alcanza el trabajo máximo estén desplazados hacia mayores valores. En la Tabla N° 1 se presentan los valores de r_{opt} para los diferentes cocientes $\frac{T_3}{T_1}$ con $\gamma_{CH_4} = 1.299$ y $r_c = 2$.

Tabla N° 1. Valores de r_{opt} vs $\frac{T_3}{T_1}$ con $\gamma_{CH_4} = 1.299$ y $r_c = 2$

r_{opt}	$\frac{T_3}{T_1}$
20.77	5
36.43	7
66.10	10

En el Gráfico N° 2 se muestra la variación de la relación óptima de compresión r_{opt} a medida que aumenta el cociente γ para metano (CH₄), aire y helio (He) con $\frac{T_3}{T_1} = 5$. Fluidos de trabajo con bajos valores de γ permiten obtener valores del trabajo neto que corresponden a relaciones de compresión típicas para motores de encendido por compresión, es decir en el intervalo de 12 a 24 (Cengel y Boles, 2012). En la Tabla N° 2 se muestra como varia r_{opt} con el cociente γ cuando $\frac{T_3}{T_1} = 5$.

Gráfico N° 2. Trabajo neto (kJ/kg) vs relación de compresión r para $\gamma_{CH_4} = 1.299$, $\gamma_{aire} = 1.4$, $\gamma_{He} = 1.667$ y $r_c = 2$.

Se ha considerado que: ■ CH₄, ■ aire ■ He

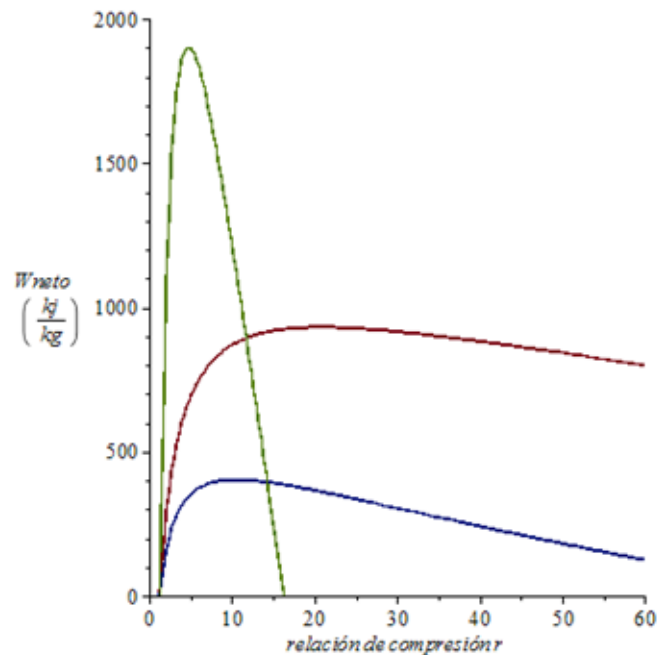


Tabla N° 2. Valores de r_{opt} para diferentes cocientes γ con $\frac{T_3}{T_1}=5$ y $r_c=2$

Fluido	γ	r_{opt}
metano	1.299	20.77
aire	1.400	10.66
helio	1.667	73

La expresión (13) para el trabajo neto en un ciclo dual se puede reescribir como:

$$W_{neto} = C_V T_1 \left[\left(r^{\gamma-1} - 1 \right) + \left(\frac{r_c}{r} \right)^{\gamma-1} \frac{T_3}{T_1} - \frac{T_3}{T_1} \right] + RT_3 \frac{(1-r_c)}{r_c} \quad (20)$$

Para la deducción de (20) se ha considerado que en el proceso $x \rightarrow 3$ del ciclo dual (ver Gráfico N° 1):

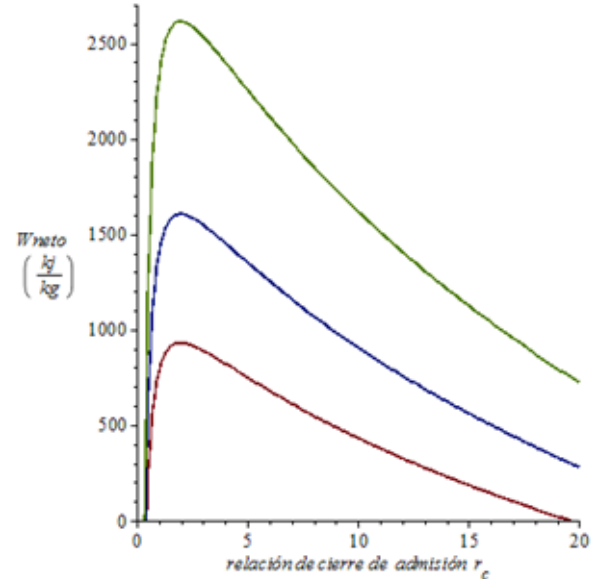
$$r_c = \frac{V_3}{V_x} = \frac{T_3}{T_x} \quad (21)$$

Si se quiere examinar como varia el trabajo neto con la relación de cierre de admisión o relación de corte es conveniente tener en cuenta que la temperatura de entrada al ciclo es 300 K y los valores de la temperatura máxima estarán comprendidos entre 1500 y 3000 K.

Las sustancias de trabajo escogidas fueron metano (CH₄), aire y Helio (He) cada con $\gamma_{CH_4}=1.299$, $\gamma_{aire}=1.4$, $\gamma_{He}=1.667$. En el Gráfico N° 3 se muestra la dependencia del trabajo neto con la relación de cierre de admisión para el metano como fluido de trabajo cuando $\frac{T_3}{T_1}=5$, $\frac{T_3}{T_1}=7$, $\frac{T_3}{T_1}=10$ y la relación de compresión se mantiene fija e igual a $r=20$.

Gráfico N° 3. Trabajo neto (kJ/kg) vs relación de cierre de admisión con $\gamma_{CH_4}=1.299$, y $r_c=20$.

Se ha considerado que: ■ $T_3/T_1=5$, ■ $T_3/T_1=7$, ■ $T_3/T_1=10$



Al igual que en el Gráfico N° 1 se muestra como inicialmente el trabajo neto se incrementa con la relación de cierre de admisión para los tres casos estudiados, luego se alcanza un máximo correspondiente a un punto de optimización del trabajo y luego empieza a disminuir. De acuerdo a (20) se puede calcular la relación de corte asociada a ese punto óptimo, en efecto:

$$\frac{dW_{neto}}{dr_c} = 0 \quad (22)$$

luego

$$\frac{dW_{neto}}{dr_c} = C_V T_1 \left[(\gamma - 1) \frac{r_c^{\gamma-2}}{r^{\gamma-1}} \frac{T_3}{T_1} \right] - \frac{RT_3}{r_c^2} (1-r_c) - \frac{RT_3}{r_c} = 0 \quad (23)$$

Entonces en el máximo la relación de corte se puede escribir como:

$$r_c^{opt} = r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (24)$$

Sustituyendo (17) en la ecuación (24) se tiene que

$$r_c^{opt} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{1/\gamma} \quad (25)$$

Entonces en un ciclo dual, la relación de cierre de admisión asociada al trabajo máximo es igual al cociente de temperaturas inicial y final del proceso 1→2. Es de esperarse que el valor de r_c en el punto óptimo de las gráficas se mantenga constante pues solo depende de la sustancia de trabajo utilizada.

A diferencia de la relación óptima de compresión, el valor óptimo de la relación de cierre de admisión es función del fluido de trabajo utilizado y no depende las temperaturas máximas y mínimas del ciclo, aspecto que se representa en la Gráfico N° 4, donde se muestra como varía el trabajo vs relación de corte para diferentes fluidos cuando $\frac{T_3}{T_1} = 5$ y $r=14$.

En el gráfico se observa que la relación óptima r_c^{opt} se incrementa cuando aumentan el cociente γ del fluido de trabajo para una relación de compresión dada, pero a medida que disminuye la relación de corte r_c^{opt} el trabajo neto presente un notorio incremento para sustancias con bajos valores de γ . En la tabla N° 3 se muestra como varía r_c^{opt} con el fluido de trabajo cuando $\frac{T_3}{T_1} = 5$.

Gráfico N° 4. Trabajo neto (kJ/kg) vs relación de cierre de admisión para $\gamma_{CH_4} = 1.299$, $\gamma_{aire} = 1.4$, $\gamma_{He} = 1.667$ y $r = 14$

Se ha considerado que: ■ CH₄, ■ aire ■ He

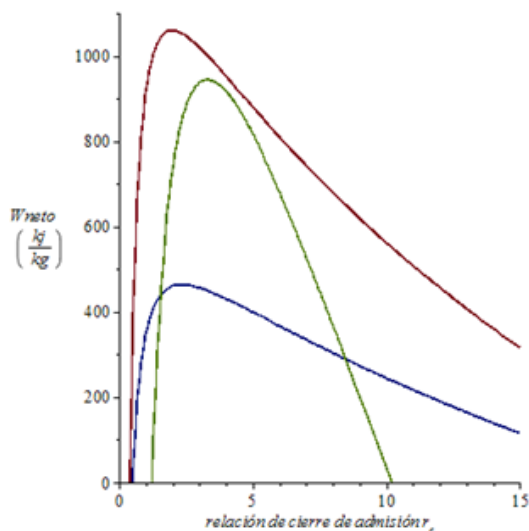


Tabla N° 3. Valores de r_c^{opt} para diferentes cocientes γ con $\frac{T_3}{T_1} = 5$ y $r = 14$

Fluido	γ	r_c^{opt}
metano	1.299	1.835
aire	1.400	2.125
helio	1.667	2.874

Tomando en cuenta la ecuación (21) y el hecho de en un ciclo dual la relación de presiones viene dada por $r_p = \frac{P_1}{P_2}$ se puede deducir la siguiente expresión para la relación de cierre de admisión:

$$r_c = \frac{T_3}{r_p r_c^{\gamma-1} T_1} \quad (26)$$

Sustituyendo (26) en la ecuación (20) para el trabajo neto:

$$W_{neto} = C_V T_1 \left[\frac{T_3}{r_p r_c T_1} - 1 + r_p r_c^\gamma - \frac{T_3}{T_1} \right] + R T_3 \left(\frac{1 - r_c}{r_c} \right) \quad (27)$$

Se tiene entonces una expresión para el trabajo neto de un ciclo dual que es función de la relación de corte o de cierre de admisión, la relación de presiones, la temperatura mínima T_1 y máxima del ciclo T_3 y del cociente γ de capacidades térmicas.

Con el fin de analizar la variación del trabajo neto con la relación de presiones se eligió como temperatura mínima del ciclo $T_1 = 300$ K y para las temperaturas máximas $T_3 = 1500, 2100, 3000$ K y como en los casos anteriores los fluidos de trabajo fueron metano, aire y helio.

Teniendo en cuenta que $T_1 = 300$ K, $T_3 = (1500-3000)$ K, γ , la dependencia del trabajo neto con la relación de presiones para el metano como fluido de trabajo se muestra en el Gráfico N° 5. De acuerdo a la gráfica nuevamente el trabajo neto en un ciclo dual presenta un máximo para un valor dado de la relación de presiones, por lo que también puede deducirse una relación óptima de presiones para este máximo, en efecto.

$$\frac{dW_{neto}}{dr_p} = 0 \quad (28)$$

entonces

$$\frac{dW_{neto}}{dr_p} = C_v T_1 \left[-\frac{T_3}{T_1 r_c r_p^2} + r_c^\gamma \right] = 0 \quad (29)$$

por lo que en el máximo de la curva la relación óptima de presiones viene dada por

$$r_p^{opt} = \left(\frac{T_3}{T_1 r_c^{\gamma+1}} \right)^{1/2} \quad (30)$$

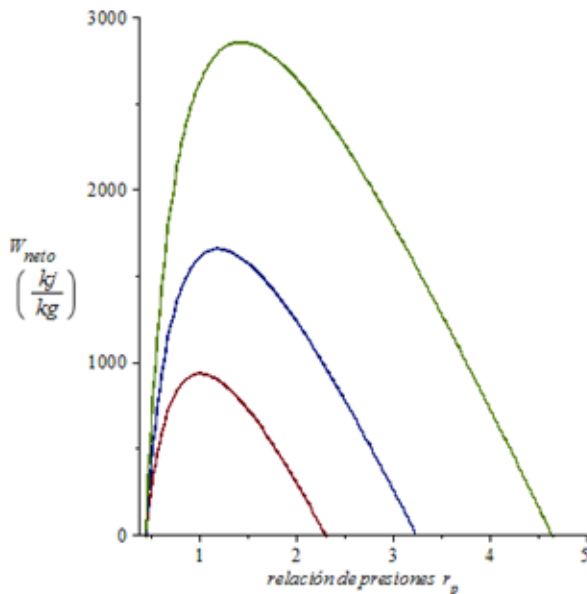
Según la ecuación (30), es de esperarse que el valor de r_p^{opt} y del trabajo neto se incrementa a medida que aumenta el cociente $\frac{T_3}{T_1}$, tal como se muestra en el Gráfico N° 5. En la Tabla N° 4 se muestra como varía r_p^{opt} con diferentes cocientes $\frac{T_3}{T_1}$.

Tabla N° 4. Valores de r_{opt} vs $\frac{T_3}{T_1}$ con $\gamma_{CH_4}=1.299$ y $r_c=2$

r_p^{opt}	$\frac{T_3}{T_1}$
1.01	5
1.20	7
1.43	10

Gráfico N° 5. Trabajo neto (kj/kg) vs relación de presiones con γ_{CH_4} y $r_c=2$

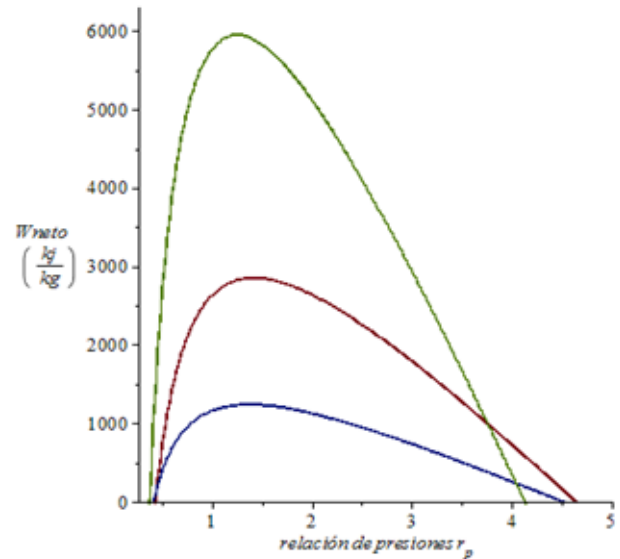
Se ha considerado que: ■ $T_3/T_1=5$, ■ $T_3/T_1=7$, ■ $T_3/T_1=10$



En el Gráfico N° 6 se representa como varía el trabajo del ciclo con la relación de presiones para diferentes fluidos de trabajo cuando $\frac{T_3}{T_1}=10$ y $r_c=2$.

Gráfico N° 6. Trabajo neto (kj/kg) vs relación de presiones para $\gamma_{CH_4}=1.299$, $\gamma_{aire}=1.4$, $\gamma_{He}=1.667$ y $r_c=2$

Se ha considerado que: ■ CH_4 , ■ aire ■ He



Al igual que en el Gráfico N° 2, se muestra que los valores elevados para el cociente γ de la sustancia de trabajo favorecen un incremento pronunciado del trabajo neto cuando se mantienen constantes las temperaturas máxima y mínima del ciclo. En la Tabla N° 5 se observa la dependencia del trabajo máximo del ciclo con la relación óptima r_p^{opt} y el cociente γ .

Tabla N° 5. Valores de W_{neto} y r_{opt} para diferentes cocientes γ con $\frac{T_3}{T_1}=10$ y $r_c=2$

Fluido	γ	W_{neto} (kj / kg)	r_p^{opt}
metano	1.299	2.851,92	1.426
aire	1.400	1.235,02	1.376
helio	1.667	5.948,03	1.255

La ecuación (20) para el trabajo neto en un ciclo dual se puede expresar en función de la eficiencia térmica del ciclo. A partir de (9) se obtiene

$$1 - \eta = \frac{1}{r^{\gamma-1}} \left[\frac{r_p r_c^\gamma - 1}{\gamma r_p (r_c - 1) + r_p - 1} \right] \quad (31)$$

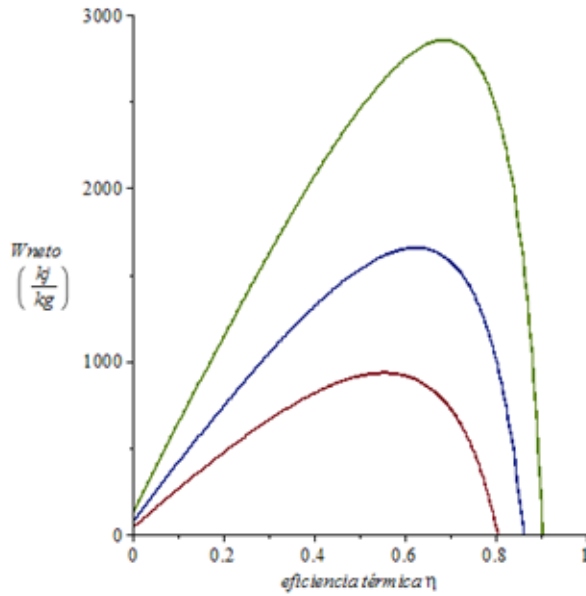
Sustituyendo (31) en (20) se deduce

$$W_{\text{neto}} = C_v T_1 \left[\frac{1}{1-\eta} \left(\frac{r_p r_c^\gamma - 1}{\gamma r_p (r_c - 1) + r_p - 1} \right) - 1 + \frac{r_c^{\gamma-1} (1-\eta) (\gamma r_p (r_c - 1) + r_p - 1) \frac{T_3}{T_1} - \frac{T_3}{T_1}}{(r_p r_c^\gamma - 1)} \right] + R T_3 \frac{(1-r_c)}{r_c} \quad (32)$$

En el Gráfico N° 7 se representa la dependencia del trabajo neto con la eficiencia térmica para $\frac{T_3}{T_1}$ diferentes valores del cociente $\frac{T_3}{T_1}$ con metano (CH₄) como sustancia de trabajo. Como es de esperarse, para los diferentes valores de se muestra que el trabajo neto aumenta con la eficiencia energética, alcanza un máximo y luego experimenta un decrecimiento.

Gráfico N° 7. Trabajo neto (kJ/kg) vs eficiencia térmica con γ_{CH_4} , $r_p=1.5$ y $r_c=2$

Se ha considerado que: ■ $T_3/T_1=5$, ■ $T_3/T_1=7$, ■ $T_3/T_1=10$



El trabajo neto presentará entonces un máximo para un valor dado de la eficiencia térmica, es decir se puede definir una eficiencia óptima correspondiente a un trabajo máximo en el ciclo dual, por lo que

$$\frac{dW_{\text{neto}}}{d\eta} = 0 \quad (33)$$

de donde se obtiene

$$\frac{dW_{\text{neto}}}{d\eta} = C_v T_1 \left[(1-\eta)^{-2} \left(\frac{r_p r_c^\gamma - 1}{\gamma r_p (r_c - 1) + r_p - 1} \right) - r_c^{\gamma-1} \left(\frac{\gamma r_p (r_c - 1) + r_p - 1}{r_p r_c^\gamma - 1} \right) \frac{T_3}{T_1} \right] = 0 \quad (34)$$

y la eficiencia óptima vendrá dada por

$$\eta_{\text{dual}}^{\text{opt}} = 1 - \left[\frac{r_p r_c^\gamma - 1}{\gamma r_p (r_c - 1) + r_p - 1} \right] \sqrt{\frac{T_1}{r_c^{\gamma-1} T_3}} \quad (35)$$

La ecuación (35) es función de la relación de presiones, de la relación de cierre de admisión, del cociente γ de capacidades calóricas y de las temperaturas mínima y máximas del ciclo. Como se muestra en la figura 8 a medida que aumenta el cociente $\frac{T_3}{T_1}$ se incrementan los valores de $\eta_{\text{dual}}^{\text{opt}}$ para una misma sustancia de trabajo, aspecto que concuerda con la ecuación (35). Del mismo modo, el trabajo neto máximo también presenta un incremento apreciable con la eficiencia térmica cuando aumenta la temperatura máxima T_3 del ciclo. En la Tabla N° 6 se muestra como varía $\eta_{\text{dual}}^{\text{opt}}$ con los diferentes cocientes $\frac{T_3}{T_1}$.

Tabla N° 6. Valores de $\eta_{\text{dual}}^{\text{opt}}$ vs $\frac{T_3}{T_1}$ con $\gamma_{\text{CH}_4}=1.299$, $r_p=1.5$ y $r_c=2$

$\eta_{\text{dual}}^{\text{opt}}$	$\frac{T_3}{T_1}$
0.56	5
0.62	7
0.69	10

Es de esperarse que también el trabajo neto presente variaciones con la eficiencia térmica para diferentes fluidos de trabajo, aspecto que se observa en el Gráfico N° 8. En el punto de trabajo máximo, la eficiencia térmica no muestra modificaciones apreciables aun cuando varíe el cociente γ de capacidades térmicas, pero el trabajo se incrementa notablemente con elevados valores de γ .

En la Tabla N° 7 están contenidos los valores de $\eta_{\text{dual}}^{\text{opt}}$ y $W_{\text{máx}}$ para los distintos fluidos considerados. Aun cuando la eficiencia térmica óptima no varía apreciablemente, el trabajo neto del ciclo muestra un crecimiento pronunciado que depende de la sustancia de trabajo utilizada.

Gráfico N° 8. Trabajo neto (kj/kg) vs eficiencia térmica con $\gamma_{CH_4}=1.299$, $\gamma_{aire}=1.4$, $\gamma_{He}=1.667$, $r_p=1.5$ $r_c=2$
Se ha considerado que: ■ CH₄, ■ aire ■ He

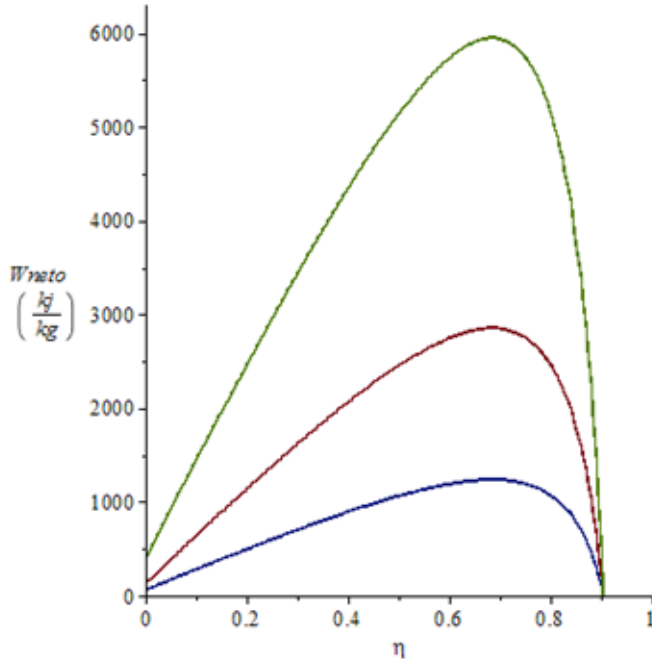


Gráfico N° 9. Trabajo neto (kj/kg) vs eficiencia térmica con $T_3/T_1=10$, $\gamma_{CH_4}=1.299$, $r_p=1.5$
Se ha considerado que: ■ $r_c=2$, ■ $r_c=4$ ■ $r_c=8$

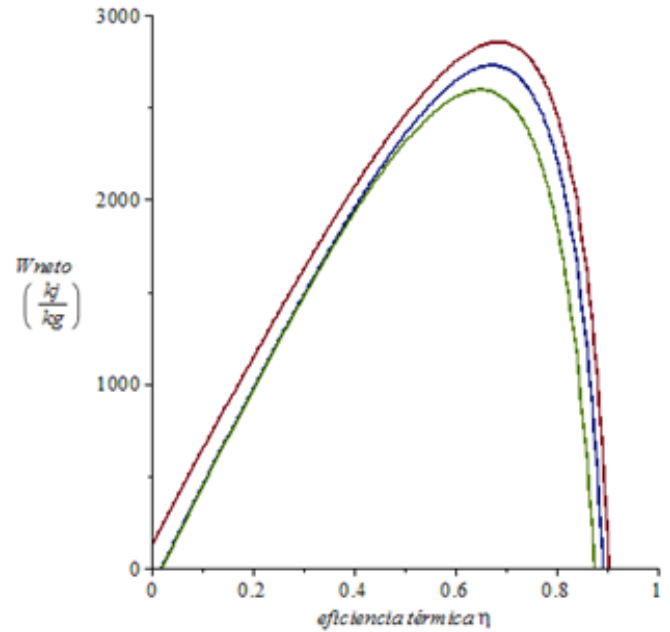


Tabla N° 7. Valores de W_{max} y η_{dual}^{opt} para diferentes cocientes γ con $\frac{T_3}{T_1}=10$, $r_p=1.5$ y $r_c=2$

Fluido	γ	W_{neto} (kj / kg)	η_{dual}^{opt}
metano	1.299	2851.92	0.6856
aire	1.400	1234.92	0.6867
helio	1.667	5947.39	0.6852

De acuerdo a la expresión (32), el trabajo neto presenta una dependencia con la relación de cierre de admisión o relación de corte, comportamiento que se ilustra en el Gráfico N° 9 donde se representa la variación del trabajo del ciclo con la eficiencia térmica para diferentes valores de r_c . En la gráfica se observa que un incremento de la relación de corte provoca un decrecimiento del trabajo neto y de la eficiencia máxima alcanzada, lo cual se verifica con los resultados de W_{max} y η_{dual}^{opt} contenidos en la Tabla N° 8.

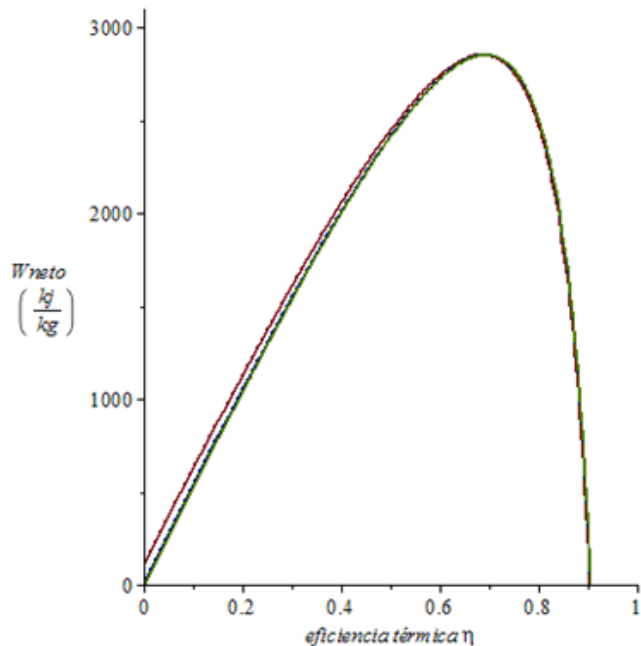
Tabla N° 8. Valores de W_{max} y η_{dual}^{opt} para diferentes r_c con $\frac{T_3}{T_1}=10$, $r_p=1.5$ y $\gamma_{CH_4}=1.299$

W_{neto} (kj / kg)	η_{dual}^{opt}	r_c
2851.56	0.69	2
2725.26	0.67	4
2593.82	0.65	8

En el Gráfico N° 10 se muestra la dependencia del trabajo por ciclo con el rendimiento térmico para diferentes valores de la relación de presiones. En general, no se presenta un cambio apreciable del trabajo neto aun cuando se modifique la relación de presiones.

En el punto máximo de la curva, W_{max} y η_{dual}^{opt} se mantienen constantes con distintos valores de r_p .

Gráfico N° 9. Trabajo neto (kJ/kg) vs eficiencia térmica con $T_3/T_1=10$, $\gamma_{CH4}=1.299$, $r_c=2$
Se ha considerado que: ■ $r_p=1.5$, ■ $r_p=4$ ■ $r_p=7$



Conclusiones

El estudio de las ecuaciones deducidas es capaz de predecir las condiciones de operación que permiten maximizar el trabajo neto e incrementar la eficiencia del ciclo estudiado.

Para el ciclo dual el trabajo neto se incrementa con la relación de compresión del motor, se hace máximo cuando $r_{opt} = \left(r_c \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{1}{2(\gamma-1)}}$ y luego disminuye. Este trabajo máximo se obtiene cuando la temperatura al final del proceso 1→2 viene dada por la expresión $T_2 = \sqrt{r_c^{\gamma-1} T_3 T_1}$, lo que implica que la relación óptima de compresión dependerá de la relación de cierre de admisión del motor, del cociente $\frac{T_3}{T_1}$ y del fluido de trabajo utilizado. Con bajos valores de la relación γ de capacidades calóricas, la relación de compresión r_{opt} muestra un notorio incremento, lo que está acorde con el hecho de que el trabajo neto y el rendimiento térmico crecen con el aumento de γ es decir cuando en el fluido de trabajo están presentes gases monoatómicos simples como el helio (He) pero cuando se trata de moléculas como

el metano (CH₄) o el aire el ciclo tendrá una eficiencia más baja (Cengel y Boles, 2012; Wark y Richards, 2001). La presencia de moléculas pesadas trae como consecuencia que no se puedan alcanzar altos valores del cociente γ de capacidades térmicas.

Para una relación de compresión dada, el trabajo neto de un ciclo dual también se incrementa con la relación de cierre de admisión o relación de corte y nuevamente alcanza un punto de trabajo máximo el cual se hace más pronunciado a medida que crece el cociente $\frac{T_3}{T_1}$ por lo que un aumento de la temperatura máxima T_3 es un indicador de mayores valores para la potencia del ciclo. En el punto de optimización de la curva W_{neto} vs r_c el máximo se obtiene cuando la relación de cierre de admisión se puede escribir como $r_c^{opt} = r^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ lo que significa que r_c^{opt} es función solo de la relación de compresión y de la sustancia de trabajo y es independiente de las temperaturas máximas y mínimas del ciclo.

Para un valor dado de la relación de corte, la dependencia del trabajo neto con la relación de presiones r_p nuevamente presenta una relación de presiones óptima asociada a un trabajo máximo, como es de esperarse. Esta relación óptima de presiones se puede expresar como $r_p^{opt} = \left(\frac{T_3}{T_1 r_c^{\gamma+1}} \right)^{\frac{1}{2}}$ por lo que es función del cociente $\frac{T_3}{T_1}$, del fluido de trabajo y de la relación de cierre de admisión. El valor de r_p^{opt} y del trabajo neto muestra un pronunciado crecimiento a medida que aumenta el cociente $\frac{T_3}{T_1}$. Un aumento del cociente de la sustancia de trabajo ocasiona un incremento del trabajo neto cuando se mantienen constantes las temperaturas máxima y mínima del ciclo.

En el análisis del comportamiento del trabajo neto con el rendimiento térmico en el ciclo dual, la eficiencia energética óptima η_{dual}^{opt} muestra una dependencia con la relación de presiones, la relación de corte, el cociente $\frac{T_3}{T_1}$ y la relación γ de capacidades calóricas. Dada la sustancia de trabajo y la relación de cierre de admisión r_c , un aumento

de la temperatura máxima T_3 provoca un desplazamiento de la eficiencia η_{dual}^{opt} hacia mayores valores.

Para variaciones del cociente γ de capacidades calóricas, en el punto de trabajo máximo la eficiencia térmica no presenta modificaciones apreciables pero el trabajo neto se incrementa notablemente cuando aumenta γ .

También en el máximo de la curva se muestra que cuando la relación de cierre de admisión aumenta, el trabajo y la eficiencia del ciclo dual disminuyen para una sustancia de trabajo dada y un valor fijo de la relación $\frac{T_3}{T_1}$. Una modificación de la relación de presiones no genera cambios apreciables en el trabajo y el rendimiento térmico del ciclo dual.

Con las ecuaciones (9) y (26), se puede deducir una expresión para el ciclo dual ideal que relacione la relación de cierre de admisión, las temperaturas máximas y mínimas del ciclo, la eficiencia térmica y el cociente γ de capacidades calóricas. En efecto, arreglando ambas expresiones se tendrá que:

$$\frac{(1-\eta)\left[\gamma r_p(r_c-1)+r_p-1\right]}{r_p r_c^{\gamma-1}-1} = \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

y

$$\frac{r_p r_c T_1}{T_3} = \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

Igualando términos:

$$\frac{(1-\eta)\left[\gamma r_p(r_c-1)+r_p-1\right]}{r_p r_c^{\gamma-1}-1} = \frac{r_p r_c T_1}{T_3} \quad (36)$$

la ecuación (36) se puede escribir en función de la relación de presiones de la siguiente manera:

$$r_p^2 - \left\{ \frac{r_c + \frac{T_3[(\gamma(r_c-1)+1)(1-\eta)]}{T_1}}{r_c^{\gamma+1}} \right\} r_p - \frac{T_3(\eta-1)}{T_1 r_c^{\gamma+1}} = 0 \quad (37)$$

por lo que

$$r_p = \frac{r_c + \frac{T_3[(\gamma(r_c-1)+1)(1-\eta)]}{T_1}}{r_c^{\gamma+1}} + \sqrt{\frac{\left[r_c + \frac{T_3[(\gamma(r_c-1)+1)(1-\eta)]}{T_1} \right]^2}{r_c^{2\gamma+2}} - \frac{4T_3(1-\eta)}{T_1 r_c^{\gamma+1}}} \quad (38)$$

Para que (38) pueda resolverse debe cumplirse que

$$\left[r_c + \frac{T_3[(\gamma(r_c-1)+1)(1-\eta)]}{T_1} \right]^2 \geq \frac{4T_3(1-\eta)r_c^{\gamma+1}}{T_1} \quad (39)$$

La expresión (39) es solo válida para el ciclo dual. Evaluando en el límite $r_c \rightarrow 1$ se obtiene

$$\eta^2 + 2\left(\frac{T_1}{T_3}-1\right)\eta + \frac{T_1}{T_3}\left(\frac{T_1}{T_3}-2\right) \geq 0 \quad (40)$$

Nuevamente para resolver (40) se debe satisfacer la siguiente condición

$$\left(\frac{T_1}{T_3}-1\right)^2 \geq \frac{T_1}{T_3}\left(\frac{T_1}{T_3}-2\right) \quad (41)$$

Es importante tener en cuenta el hecho de que en un motor de encendido de chispa y en el de encendido por compresión, la combustión de la mezcla aire-combustible no se realizan a presión constante ni a volumen constante, por lo que parte del proceso de combustión es isométrico y el resto isobárico; el uso de dos etapas en el estudio del proceso de suministro de energía en forma de calor permite modelar con el ciclo dual, el comportamiento real de un motor de encendido por compresión



Referencias

- Broatch, A. *et al.* (2019). *New Approach to Study the Heat Transfer in Internal Combustion Engines by 3D Modeling*. Int. J. Therm. Sci. Vol. 138, p.405. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2019.01.006>.
- Burghardt, M.D.(1984). *Ingeniería Termodinámica*. México, D.F: Editorial Harla.
- Cengel, Y. y Boles, M.(2012). *Termodinámica*. México, D.F: McGraw-Hill Interamericana, S.A.
- Chen, L. *et al.* (2020). *Performance of Universal Reciprocating Heat-Engine Cycle with Variable Specific Heats Ratio of Working Fluid*. Entropy. Vol. 22, p. 397. <https://doi.org/10.3390/e22040397>
- Crespi, F. *et al.* (2020). *Potential of Supercritical Carbon Dioxide Power Cycles to Reduce the Levelised Cost of Electricity of Contemporary Concentrated Solar Power Plants*. Applied Sciences. Vol. 10, N° 15, p.5049. <https://doi.org/10.3390/app10155049>.
- Curzon, F.L y Ahlborn, B. (1975). *Efficiency of a Carnot Engine at maximum power output*. Am.J.Phys.Vol. 43, N°22, p. 22. <https://doi.org/10.1119/1.10023>.
- Feidt, M. y Costea, M. (2019). *Progress in Carnot and Chambadal Modeling of Thermomechanical Engine by Considering Entropy Production and Heat Transfer*. Entropy. Vol.21, p. 1232. <https://doi.org/10.3390/e21121232>.
- Liu, Z. y Karimi, I. (2019). *Simulation of a Combined Cycle Gas Turbine Power Plant in Aspen HYSYS*. Energy Procedia. Vol.158, p. 3620. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2019.01.901>.
- Malaver, M. (2012). *Optimización del trabajo en un ciclo Brayton con irreversibilidades*. Ingeniería, Vol.22, N°1, p.69. <https://doi.org/10.15517/ring.v22i1.8395>.
- Méndez, L. *et al.* (2019). *Análisis Termodinámico de las Turbinas de Vapor para los Ciclos Ultracríticos, Supercríticos, Subcríticos y Geotérmicos*. Información Tecnológica. Vol. 30, N°4, p. 237. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642019000400237>.
- Merchán, R.P. *et al.* (2020). *On-Design Pre-Optimization and Off-Design Analysis of Hybrid Brayton Thermosolar Tower Power Plants for Different Fluids and Plant Configurations*. Renewable and Sustainable Energy Reviews.Vol.119. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2019.109590>.
- Oh, S. *et al.* (2020). *Entropy, Free Energy, and Work of Restricted Boltzmann Machines*. Entropy. Vol. 22, p. 538. <https://doi.org/10.3390/e22050538>.
- Ponmurugan, M. (2019). *Realistic Thermal Heat Engine Model and its Generalized Efficiency*. arXiv:1912.12949v1. <https://arxiv.org/abs/1912.12949>.
- Wark, K. J. y Richards, D. (2001). *Termodinámica*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana, S.A.
- Zhu F. *et al.* (2019). *Thermodynamic Analysis and Optimization of an Irreversible Maisotsenko-Diesel Cycle*. J. Therm. Sci. Vol. 28, N°4, p. 659. <https://doi.org/10.1007/s11630-019-1153-1>.